

S. 118 / 2 Telepathie

5 Karten ; Testperson wählt eine aus

Wahrscheinlichkeit für reines Raten: $p = 1/5 = 0,2$

Test mit 20 Versuchen: $n = 20$

X: „Anzahl der richtig angegebenen Karten“

$X \in \{0; 1; 2; \dots; 20\}$

Nullhypothese: „keine telepathischen Fähigkeiten“

wird verworfen für $X \geq 7$

a) $H_0: p = 0,2$ (d. h. „Testperson rät“)

Entscheidungsregel:

Annahmebereich: $A = \{0; 1; \dots; 6\}$

$X \in A \rightarrow H_0$ wird angenommen („rät“)

Ablehnungsbereich: $\bar{A} = \{7; 8; \dots; 20\}$

$X \in \bar{A} \rightarrow H_0$ wird abgelehnt („hat telep. Fäh.“)

Fehler 1. Art:

H_0 trifft zu, wird aber fälschlich abgelehnt:
Testperson rät (hat keine telepathischen Fähigk.),
das Testergebnis spricht ihr aber diese Fähigk. zu.

Fehler 2. Art:

H_0 trifft nicht zu, wird aber fälschlich angenommen:
Testperson hat telepathische Fähigkeiten,
das Testergebnis spricht ihr aber diese Fähig. ab.

b) Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art:

H_0 trifft zu, d. h. $p = 0,2$, und $X \in \bar{A}$

$$P_{0,2}^{20}(X \geq 7) = 1 - P_{0,2}^{20}(X \leq 6) \stackrel{TW}{=} 1 - 0,91331 = 0,08669 \approx \mathbf{8,7\%}$$

c) Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art:

H_0 trifft nicht zu, hier: für $p = 0,3$, und $X \in A$

$$P_{0,3}^{20}(X \leq 6) \stackrel{TW}{=} 0,60801 \approx \mathbf{60,8\%}$$

H_0 trifft nicht zu, hier: für $p = 0,5$, und $X \in A$

$$P_{0,5}^{20}(X \leq 6) \stackrel{TW}{=} 0,05766 \approx \mathbf{5,8\%}$$

d) Nun: $A = \{0; 1; \dots; 7\}$ und $\bar{A} = \{8; 7; \dots; 20\}$

Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art:

$$P_{0,2}^{20}(X \geq 8) = 1 - P_{0,2}^{20}(X \leq 7) \stackrel{TW}{=} 1 - 0,96786 = 0,03214 \approx \mathbf{3,2\%}$$

Der Fehler 1. Art wird kleiner bei größerem A.

Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art:

$$\text{für } p = 0,3: P_{0,3}^{20}(X \leq 7) \stackrel{TW}{=} 0,77227 \approx \mathbf{77,2\%}$$

$$\text{für } p = 0,5: P_{0,5}^{20}(X \leq 7) \stackrel{TW}{=} 0,13159 \approx \mathbf{13,2\%}$$

Der Fehler 2. Art wird größer bei größerem A.

e) Nun: $n = 50$, $A = \{0; \dots; 15\}$, $\bar{A} = \{16; \dots; 50\}$

Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art:

$$P_{0,2}^{50}(X \geq 16) = 1 - P_{0,2}^{50}(X \leq 15) \stackrel{TW}{=} 1 - 0,96920 = 0,0308 \approx \mathbf{3,1\%}$$

Der Fehler 1. Art wird kleiner bei größerem n.

Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art:

$$\text{für } p = 0,3: P_{0,3}^{50}(X \leq 15) \stackrel{TW}{=} 0,56918 \approx \mathbf{56,9\%}$$

$$\text{für } p = 0,5: P_{0,5}^{50}(X \leq 15) \stackrel{TW}{=} 0,00330 \approx \mathbf{0,3\%}$$

Der Fehler 2. Art wird auch kleiner bei größerem n.

S. 118 / 2 Telepathie

5 Karten ; Testperson wählt eine aus

Wahrscheinlichkeit für reines Raten: $p = 1/5 = 0,2$

Test mit 20 Versuchen: $n = 20$

X: „Anzahl der richtig angegebenen Karten“

$X \in \{0; 1; 2; \dots; 20\}$

Nullhypothese: „keine telepathischen Fähigkeiten“

wird verworfen für $X \geq 7$

a) $H_0: p = 0,2$ (d. h. „Testperson rät“)

Entscheidungsregel:

Annahmebereich: $A = \{0; 1; \dots; 6\}$

$X \in A \rightarrow H_0$ wird angenommen („rät“)

Ablehnungsbereich: $\bar{A} = \{7; 8; \dots; 20\}$

$X \in \bar{A} \rightarrow H_0$ wird abgelehnt („hat telep. Fäh.“)

Fehler 1. Art:

H_0 trifft zu, wird aber fälschlich abgelehnt:
Testperson rät (hat keine telepathischen Fähigk.),
das Testergebnis spricht ihr aber diese Fähigk. zu.

Fehler 2. Art:

H_0 trifft nicht zu, wird aber fälschlich angenommen:
Testperson hat telepathische Fähigkeiten,
das Testergebnis spricht ihr aber diese Fähig. ab.

b) Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art:

H_0 trifft zu, d. h. $p = 0,2$, und $X \in \bar{A}$

$$P_{0,2}^{20}(X \geq 7) = 1 - P_{0,2}^{20}(X \leq 6) \stackrel{TW}{=} 1 - 0,91331 = 0,08669 \approx \mathbf{8,7\%}$$

c) Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art:

H_0 trifft nicht zu, hier: für $p = 0,3$, und $X \in A$

$$P_{0,3}^{20}(X \leq 6) \stackrel{TW}{=} 0,60801 \approx \mathbf{60,8\%}$$

H_0 trifft nicht zu, hier: für $p = 0,5$, und $X \in A$

$$P_{0,5}^{20}(X \leq 6) \stackrel{TW}{=} 0,05766 \approx \mathbf{5,8\%}$$

d) Nun: $A = \{0; 1; \dots; 7\}$ und $\bar{A} = \{8; 7; \dots; 20\}$

Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art:

$$P_{0,2}^{20}(X \geq 8) = 1 - P_{0,2}^{20}(X \leq 7) \stackrel{TW}{=} 1 - 0,96786 = 0,03214 \approx \mathbf{3,2\%}$$

Der Fehler 1. Art wird kleiner bei größerem A.

Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art:

$$\text{für } p = 0,3: P_{0,3}^{20}(X \leq 7) \stackrel{TW}{=} 0,77227 \approx \mathbf{77,2\%}$$

$$\text{für } p = 0,5: P_{0,5}^{20}(X \leq 7) \stackrel{TW}{=} 0,13159 \approx \mathbf{13,2\%}$$

Der Fehler 2. Art wird größer bei größerem A.

e) Nun: $n = 50$, $A = \{0; \dots; 15\}$, $\bar{A} = \{16; \dots; 50\}$

Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art:

$$P_{0,2}^{50}(X \geq 16) = 1 - P_{0,2}^{50}(X \leq 15) \stackrel{TW}{=} 1 - 0,96920 = 0,0308 \approx \mathbf{3,1\%}$$

Der Fehler 1. Art wird kleiner bei größerem n.

Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art:

$$\text{für } p = 0,3: P_{0,3}^{50}(X \leq 15) \stackrel{TW}{=} 0,56918 \approx \mathbf{56,9\%}$$

$$\text{für } p = 0,5: P_{0,5}^{50}(X \leq 15) \stackrel{TW}{=} 0,00330 \approx \mathbf{0,3\%}$$

Der Fehler 2. Art wird auch kleiner bei größerem n.